

中华人民共和国国家计量技术规范

JJF XXXX—20XX

重力梯度仪校准用引力梯度激励规范

Specification of Gravitational Gradient Excitation for Calibration of Gravity
Gradiometers

(征求意见稿)

XXXX-XX-XX 发布

XXXX-XX-XX 实施

国家市场监督管理总局 发布

重力梯度仪校准用引力梯度激励规范

**Specification of Gravitational Gradient Excitation
for Calibration of Gravity Gradiometers**

JJF XXXX-20XX

本规范经国家市场监督管理总局 XXXX 年 XX 月 XX 日批准，并自 XXXX 年 XX 月 XX 日起施行。

归口单位：全国力值硬度重力计量技术委员会

主要起草单位：中国船舶重工集团公司第七〇七研究所

中国计量科学研究院

参加起草单位：中国自然资源航空遥感中心

东南大学

本规范委托全国力值硬度重力计量技术委员会负责解释

本规范主要起草人：

李达（中国船舶重工集团公司第七〇七研究所）

梁瑾（中国船舶重工集团公司第七〇七研究所）

张宇飞（中国船舶重工集团公司第七〇七研究所）

吴书清（中国计量科学研究院）

冯金扬（中国计量科学研究院）

参加起草人：

李中（中国船舶重工集团公司第七〇七研究所）

李城锁（中国船舶重工集团公司第七〇七研究所）

胡若（中国计量科学研究院）

舒晴（中国自然资源航空物探遥感中心）

蔡体菁（东南大学）

目 录

引言.....	(IV)
1 范围	(1)
2 引用文件	(1)
3 术语和计量单位	(1)
3.1 术语.....	(1)
3.2 量的符号、单位与定义.....	(1)
4 概述	(3)
5 计量特性	(3)
6 校准条件	(4)
6.1 环境条件.....	(4)
6.2 测量标准与校准装置.....	(4)
7 校准项目和校准方法	(4)
7.1 校准项目.....	(4)
7.2 校准方法.....	(4)
8 校准结果表达	(7)
9 复校时间间隔	(8)
附录 A 重力梯度仪校准记录.....	(9)
附录 B 重力梯度仪示值误差的不确定度评定方法及示例.....	(11)
附录 C 重力梯度仪 Γ_m 分量引力梯度激励的不确定度评定方法及示例.....	(11)

引 言

本规范根据 JJF 1071-2010《国家计量校准规范编写规则》、JJF 1001-2011《通用计量术语及定义》和 JJF 1059.1-2012《测量不确定度评定与表示》规定的规则编写。

本规范给出了重力梯度仪计量特性的校准条件、校准项目和校准方法。

本规范系首次发布，未有替代规范的其他版本和修订内容表述。

重力梯度仪校准用引力梯度激励规范

1 范围

本规范适用于不确定度不大于 10E 的引力梯度激励装置对空间目标位置产生引力梯度激励变化量的校准。

2 引用文件

本规范引用了下列文件：

JJF 1071-2010 《国家计量校准规范编写规则》

JJF 1001-2011 《通用计量术语及定义》

JJF 1059.1-2012 《测量不确定度评定与表示》

凡是注日期的引用文件，仅注日期的版本适用于本规范；凡是不注日期的引用文件，其在本规范编制日期之前的最新版本（包括所有的修改单）适用于本规范。

3 术语

3.1 重力梯度 gravity gradient

重力矢量在三维空间的变化率。如式（1）所示，重力梯度通常用 3×3 阶的张量矩阵描述，矩阵中每个分量表示重力矢量在空间三维坐标系中某一坐标轴方向的投影沿同一或另一坐标轴方向的空间变化率，其单位为厄缶（E）， $1\text{E}=10^{-9}\text{s}^{-2}$ 。

$$\Gamma = \frac{d\vec{g}}{d\vec{r}} = \begin{bmatrix} \Gamma_{xx} & \Gamma_{xy} & \Gamma_{xz} \\ \Gamma_{yx} & \Gamma_{yy} & \Gamma_{yz} \\ \Gamma_{zx} & \Gamma_{zy} & \Gamma_{zz} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中：

Γ ——地球外部任意空间位置重力梯度张量矩阵；

\vec{g} ——当前位置重力加速度矢量；

\vec{r} ——当前位置矢量；

$\Gamma_{ij}(i, j = x, y, z)$ ——重力梯度张量各个分量，表示重力矢量在 i 方向上的投影在 j 方向上的空间变化率。

3.2 重力梯度仪 gravity gradiometer

测量重力梯度的精密设备。根据测量原理的不同，可同时测量重力梯度张量矩阵中全部分量或部分分量。

3.3 引力梯度 gravity gradiometer

质量体产生的引力在三维空间的变化率。与重力梯度相同，引力梯度用 3×3 阶的张量矩阵描述，矩阵中每个分量表示引力矢量在空间三维坐标系中某一坐标轴方向的投影沿同一或另一坐标轴方向的空间变化率，其单位为厄缶（E）。

3.4 引力梯度激励装置 gravity gradient excitation device

为校准重力梯度仪而建立的可变引力梯度的计量仪器，需定期检定溯源到长度和质量基准。

4 概述

引力梯度激励装置根据万有引力定律，通过在激励目标位置附近布设大型规则人工质量体，构建静态引力梯度激励环境，实现对目标空间位置处的引力梯度激励，以用于对不同测量原理的重力梯度仪静态测量示值误差修正因子和测量分辨力等参数的计量。

引力梯度激励装置结构示意图如图 1 所示，装置两侧的质量体 1 和质量体 2 为可同步移动的高密度矩形质量体，激励装置中心为重力梯度仪的安装基座，点 0 为激励的空间目标点。在万有引力的作用下质量体 1 和质量体 2 可对基座中心位置 0 处附近产生近似均匀恒定的引力梯度，控制质量体 1 和质量体 2 停在不同位置可对中心位置 0 处激励出不同的引力梯度值，可用于对安装在基座上的重力梯度仪进行校准。图 1 中 S1 位置为两侧质量体的最近位置，S2 位置为两侧质量体的最远位置，质量体只能在 S1 和 S2 位置间移动，且移动方向必须沿图中 X 轴方向。

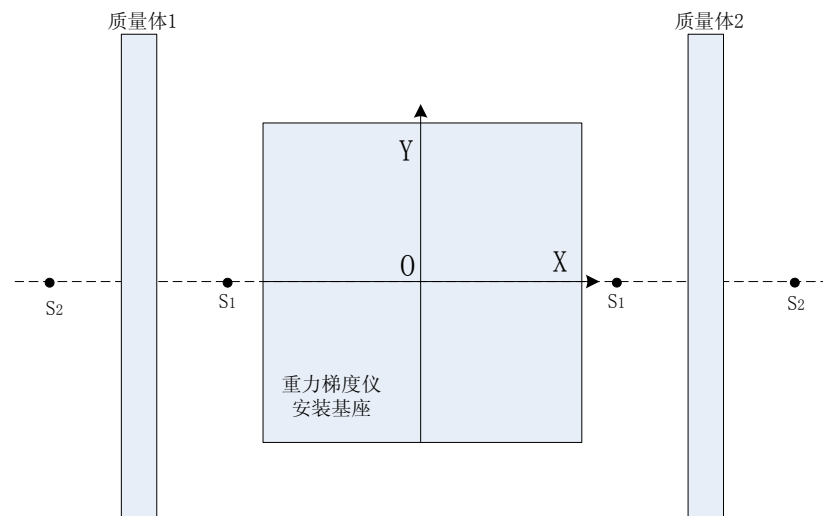


图1 引力梯度激励标准装置结构示意图

通过在激励过程中规定人工质量体的质量、密度分布、几何形状和相对位置关系等关键要素，保证目标位置处引力梯度激励的准确性和重复性。

5 计量特性

引力梯度激励装置对目标空间位置产生引力梯度激励的变化量。

6 校准条件

6.1 环境条件

环境温度： $(23\pm 5)^\circ\text{C}$ ，校准过程中温度变化最大最小值之差不超过 2°C 。

相对湿度：≤80%。

其它条件：周围环境无影响校准的污染、振动、电磁干扰和大型质量体移动，并远离大的工业噪声和振动干扰源等。

6.2 测量标准与其他设备

测量标准与其他设备见表 2。

表 2 测量标准与其他设备

测量标准与其他设备	技术要求
万有引力公式	经典力学范围内
大型磅秤	测量量程不小于20t（1t=10 ³ kg），测量不确定度不大于0.1kg，在溯源有效期内
光栅尺	测量量程不小于2m，测量不确定不大于0.1mm，在溯源有效期内
激光测距仪	测量量程不小于2m，测量不确定不大于0.1mm，在溯源有效期内

7 校准项目和校准方法

7.1 校准项目

引力梯度激励装置对目标空间位置产生引力梯度激励的变化量。

7.2 校准方法

以引力梯度矩阵中 Γ_{xx} 分量为例，建立该方向引力梯度激励值的校准方法。

7.2.1 测量质量体质量

将质量体从引力梯度激励装置取下，使用大型磅秤测量引力梯度激励装置两侧矩形质量体的质量，分别记为 M_1 和 M_2 。

7.2.2 计量质量体体积

使用激光测距仪分别测量引力梯度激励装置两侧矩型质量体各边边长，沿X轴方向矩形边的边长记为 a_1 和 a_2 ，沿Y轴方向矩形边的边长记为 b_1 和 b_2 ，沿Z轴方向矩形边的边长记为 c_1 和 c_2 ，可得到两个质量体的体积分别为：

$$V_1 = a_1 b_1 c_1 \quad (2)$$

式中：

V_1 ——质量体1的体积。

$$V_2 = a_2 b_2 c_2 \quad (3)$$

式中：

V_2 ——质量体2的体积。

7.2.3 计算质量体密度

根据质量体的质量和体积分别计算得到质量体1和质量体2的密度，具体公式为：

$$\rho_1 = \frac{M_1}{V_1} \quad (4)$$

式中:

ρ_1 ——质量体1的密度。

$$\rho_2 = \frac{M_2}{V_2} \quad (5)$$

式中:

ρ_2 ——质量体2的密度。

7.2.4 测量质量体与空间目标点相对位置关系

将质量体重新安装至引力梯度激励装置上,固定后将两个质量体移动至S1位置与S2位置之间的某位置处并锁定,记此时质量体的位置为Sc,使用光栅尺测量质量体与空间目标点相对距离,质量体1在正正正象限距离目标点最近的顶点与空间目标点的距离在X轴、Y轴和Z轴上的投影分别记为 ξ_1 、 η_1 和 ζ_1 ,质量体2在负正正象限距离目标点最近的顶点与空间目标点的距离在X轴、Y轴和Z轴上的投影分别记为 ξ_2 、 η_2 和 ζ_2 ,其中 ξ_2 为负值。

7.2.5 计算空间目标位置引力梯度值变化值

根据Stoke公式,得到两个质量体在S1位置处对引力梯度激励装置中心位置0处的引力梯度 Γ_{xx} 分量激励为:

$$\Gamma_{xxc} = G\rho_1 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \arctan \frac{y_j z_k}{x_i r_{ijk}} + G\rho_2 \sum_{i=3}^4 \sum_{j=3}^4 \sum_{k=3}^4 \mu_{ijk} \arctan \frac{y_j z_k}{x_i r_{ijk}} \quad (6)$$

其中, $x_1 = \xi_1$, $x_2 = \xi_1 + a_1$, $y_1 = \eta_1 - b_1$, $y_2 = \eta_1$, $z_1 = \zeta_1 - c_1$, $z_2 = \zeta_1$, $x_3 = \xi_2 - a_2$, $x_4 = \xi_2$, $y_3 = \eta_2 - b_2$, $y_4 = \eta_2$, $z_3 = \zeta_2 - c_2$, $z_4 = \zeta_2$, $r_{ijk} = \sqrt{x_i^2 + y_j^2 + z_k^2}$, $\mu_{ijk} = (-1)^{i+j+k}$ 。

式中:

Γ_{xxc} ——质量体均在Sc位置处对引力梯度激励装置中心位置0处的引力梯度 Γ_{xx} 分量激励;

G ——万有引力常数,其值为 $6.6732 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$;

ξ 、 η 和 ζ ——矩型X轴、Y轴和Z轴方向顶点坐标值。

其他变量均为计算过程变量。

空间目标位置处的引力梯度变化值不确定度的计算方法见附录B。

当质量体在其他位置时,均可重复7.2.4-7.2.5步骤,计算出空间目标位置处的引力梯度变化值。

8 校准结果表达

校准结果应在校准证书或校准报告上反映。校准证书或报告应至少包括如下信息:

- 标题:“校准证书”;
- 实验室名称和地址;
- 进行校准的地点(如果与实验室的地址不同);
- 证书或报告的唯一性标识(如编号),每页及总页数的标识;
- 送校单位的名称和地址;

- f) 被校对象的描述和明确标识;
- g) 进行校准的日期, 若与校准结果的有效性及应用有关时, 应说明被校对象的接收日期;
- h) 如果与校准结果的有效性及应用有关时, 应对被校样品的抽样程序进行说明;
- i) 对校准所依据的技术规范的标识, 包括名称及代号;
- j) 本次校准所用测量标准的溯源性及有效性说明;
- k) 校准环境的描述;
- l) 校准结果及其测量不确定度的说明;
- m) 对校准规范的偏离的说明;
- n) 校准证书或校准报告签发人的签名、职务或等效标识, 以及签发日期;
- o) 校准结果仅是对被校对象有效的声明;
- p) 未经实验室书面批准, 不得部分复制证书或报告的声明。

经校准的引力梯度激励装置, 发给校准证书或校准报告, 加盖校准印章。

9 复校时间间隔

引力梯度激励装置的复校时间一般建议为一年。

附录 A

引力梯度激励装置校准记录

客户名称：_____ 型号/规格：_____ 出厂编号：_____ 生产厂商：_____

校准地点：_____；温度：_____ °C；湿度：_____ % RH；校准日期：_____

计量项目	计量结果	计量项目	计量结果	计量项目	计量结果	计量项目	计量结果	计量项目	计量结果
M_1		M_2		a_1		a_2		b_1	
b_2		c_1		c_2		ξ_{s1}		η_{s1}	
ζ_{s1}		ξ_{s2}		η_{s2}		ζ_{s2}			
校准过程检查记录： <input type="checkbox"/> 正常 <input type="checkbox"/> 不正常		标准装置： 引力梯度激励装置 证书编号： [20XX]国量标计证字第 XXX 号；有效期至：20XX 年 XX 月 XX 日。 校准依据： JJF XXXX-20XX 重力梯度仪校准用引力梯度激励规范							
校准结果： 经校准，引力梯度激励装置在 XX 位置处引力梯度变化量为 XXX E，相对不确定度为 XXX E；发给编号为 <u>LSz120XX-XXXX</u> 校准证书。									

校准员：（签字）

核验员：（签字）

附录 B

引力梯度激励装置对空间目标位置处产生引力梯度变化量的不确定度评定方法及示例

B.1 概述

本附录主要介绍引力梯度激励装置对空间目标位置处产生引力梯度变化量的不确定度评定方法，测量依据为 JJF XXXX-20XX 《重力梯度仪校准用引力梯度激励规范》。

B.2 测量模型

在经典力学体系下，利用大型磅秤、激光测距仪和光栅尺等根据Stoke公式，得到两个质量体在Sc位置处对引力梯度激励装置中心位置0处的引力梯度 Γ_{xx} 分量激励为：

$$\Gamma_{xxc} = G\rho_1 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \arctan \frac{y_j z_k}{x_i r_{ijk}} + G\rho_2 \sum_{i=3}^4 \sum_{j=3}^4 \sum_{k=3}^4 \mu_{ijk} \arctan \frac{y_j z_k}{x_i r_{ijk}} \quad (\text{B-1})$$

式中各个变量的定义与正文公式（6）一致。

B.3 不确定度来源分析

B.3.1 质量体密度引入的标准不确定度

测量过程中由引力梯度激励装置两侧质量体密度的不确定度引入的引力梯度变化量的标准不确定度。

B.3.2 质量体几何形状引入的标准不确定度

测量过程中由引力梯度激励装置两侧质量体几何形状的不确定度引入的引力梯度变化量的标准不确定度。

B.3.3 质量体与空间目标位置的相对位置关系引入的标准不确定度

测量过程中由引力梯度激励装置两侧质量体几何形状的不确定度引入的引力梯度变化量的标准不确定度。

B.4 测量不确定度评定

将由光栅尺对距离计量结果的不确定度记为 $u(L)$ ，则根据正文的式（2）和式（3），得到对两个质量体体积的不确定度分别为：

$$u(V_1) = \sqrt{a_1^2 b_1^2 + a_1^2 c_1^2 + b_1^2 c_1^2} \cdot u(L) \quad (\text{B-2})$$

式中：

$u(V_1)$ ——质量体 1 体积的不确定度。

$$u(V_2) = \sqrt{a_2^2 b_2^2 + a_2^2 c_2^2 + b_2^2 c_2^2} \cdot u(L) \quad (\text{B-3})$$

式中：

$u(V_2)$ ——质量体 2 体积的不确定度。

将由大型磅秤对质量计量结果的不确定度记为 $u(M)$ ，则根据正文的式 (4) 和式 (5)，得到对两个质量体密度的不确定度分别为：

$$u(\rho_1) = \sqrt{\frac{1}{V_1^2} u^2(M) + \frac{M_1^2}{V_1^4} u^2(V_1)} \quad (\text{B-4})$$

式中：

$u(\rho_1)$ ——质量体 1 密度的不确定度。

$$u(\rho_2) = \sqrt{\frac{1}{V_2^2} u^2(M) + \frac{M_2^2}{V_2^4} u^2(V_2)} \quad (\text{B-5})$$

式中：

$u(\rho_2)$ ——质量体 2 密度的不确定度。

将利用光栅尺对质量体与空间目标位置的相对位置计量结果的不确定度同样记为 $u(L)$ ，则式 (B-1) 中 x_1 、 x_2 、 y_1 、 y_2 、 z_1 和 z_2 的不确定度分别为：

$$\begin{cases} u(x_1) = u(L) \\ u(x_2) = \sqrt{2} \cdot u(L) \\ u(y_1) = \sqrt{2} \cdot u(L) \\ u(y_2) = u(L) \\ u(z_1) = \sqrt{2} \cdot u(L) \\ u(z_2) = u(L) \end{cases} \quad (\text{B-6})$$

同理得到式 (B-1) 中 x_3 、 x_4 、 y_3 、 y_4 、 z_3 和 z_4 的不确定度分别为：

$$\left\{ \begin{array}{l} u(x_3) = \sqrt{2} \cdot u(L) \\ u(x_4) = u(L) \\ u(y_3) = \sqrt{2} \cdot u(L) \\ u(y_4) = u(L) \\ u(z_3) = \sqrt{2} \cdot u(L) \\ u(z_4) = u(L) \end{array} \right. \quad (\text{B-7})$$

质量体 1 对引力梯度激励装置中心位置 O 处的引力梯度 Γ_{xx} 分量激励 Γ_{xx1} 的不确定度 $u(\Gamma_{xx1})$ 的计算式为:

$$u(\Gamma_{xx1}) = \sqrt{c_{\rho_1}^2 u^2(\rho_1) + c_{x_1}^2 u^2(x_1) + c_{x_2}^2 u^2(x_2) + c_{y_1}^2 u^2(y_1) + c_{y_2}^2 u^2(y_2) + c_{z_1}^2 u^2(z_1) + c_{z_2}^2 u^2(z_2)} \quad (\text{B-8})$$

式中:

$u(\Gamma_{xx1})$ ——质量体 1 对引力梯度激励装置中心位置 O 处的引力梯度 Γ_{xx} 分量激励的不确定度;

c_{ρ_1} 、 c_{x_1} 、 c_{x_2} 、 c_{y_1} 、 c_{y_2} 、 c_{z_1} 和 c_{z_2} ——分别为 ρ_1 、 x_1 、 x_2 、 y_1 、 y_2 、 z_1 和 z_2 的灵敏系数。

根据式 (B-1) 分别计算各个不确定度来源的灵敏系数, 具体为:

$$c_{\rho_1} = \frac{\partial \Gamma_{xx1}}{\partial \rho_1} = G \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \arctan \frac{y_j z_k}{x_i r_{ijk}} \quad (\text{B-9})$$

$$c_{x_1} = \frac{\partial \Gamma_{xx1}}{\partial x_1} = \frac{1}{2} G \rho_1 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \frac{y_j z_k \left\{ x_1^2 \left[\frac{(y_j^2 - x_1^2)}{r_{ijk}} - 2r_{ijk} \right] (r_{ijk}^2 + z_k^2) - (y_j^2 - x_1^2) r_{ijk} (3x_1^2 + y_j^2 + 2z_k^2) \right\}}{r_{ijk}^2 z_k^2 (y_j^2 - x_1^2)^2 + (x_1^2 + y_j^2 + 2z_k^2)^2 x_1^2 y_j^2} \quad (\text{B-10})$$

$$c_{x_2} = \frac{\partial \Gamma_{xx1}}{\partial x_2} = \frac{1}{2} G \rho_1 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \frac{y_j z_k \left\{ x_2^2 \left[\frac{(y_j^2 - x_2^2)}{r_{ijk}} - 2r_{ijk} \right] (r_{ijk}^2 + z_k^2) - (y_j^2 - x_2^2) r_{ijk} (3x_2^2 + y_j^2 + 2z_k^2) \right\}}{r_{ijk}^2 z_k^2 (y_j^2 - x_2^2)^2 + (x_2^2 + y_j^2 + 2z_k^2)^2 x_2^2 y_j^2} \quad (\text{B-11})$$

$$c_{y_1} = \frac{\partial \Gamma_{xx1}}{\partial y_1} = \frac{1}{2} G \rho_1 \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \frac{x_i z_k \left\{ y_1^2 \left[\frac{(y_1^2 - x_i^2)}{r_{ijk}} + 2r_{ijk} \right] (r_{ijk}^2 + z_k^2) - (y_1^2 - x_i^2) r_{ijk} (x_i^2 + 3y_1^2 + 2z_k^2) \right\}}{r_{ijk}^2 z_k^2 (y_1^2 - x_i^2)^2 + (x_i^2 + y_1^2 + 2z_k^2)^2 x_i^2 y_1^2} \quad (\text{B-12})$$

$$c_{y_2} = \frac{\partial \Gamma_{xx1}}{\partial y_2} = \frac{1}{2} G \rho_1 \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \frac{x_i z_k \left\{ y_2^2 \left[\frac{(y_2^2 - x_i^2)}{r_{ijk}} + 2r_{ijk} \right] (r_{ijk}^2 + z_k^2) - (y_2^2 - x_i^2) r_{ijk} (x_i^2 + 3y_2^2 + 2z_k^2) \right\}}{r_{ijk}^2 z_k^2 (y_2^2 - x_i^2)^2 + (x_i^2 + y_2^2 + 2z_k^2)^2 x_i^2 y_2^2} \quad (\text{B-13})$$

$$c_{z_1} = \frac{\partial \Gamma_{xx1}}{\partial z_1} = \frac{1}{2} G \rho_1 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \mu_{ijk} \frac{x_i y_j \left\{ (y_j^2 - x_i^2) (z_1^2 / r_{ijk} + r_{ijk}) (r_{ijk}^2 + z_1^2) - 4z_1^2 (y_j^2 - x_i^2) r_{ijk} \right\}}{r_{ijk}^2 z_1^2 (y_j^2 - x_i^2)^2 + (x_i^2 + y_j^2 + 2z_1^2)^2 x_i^2 y_j^2} \quad (\text{B-14})$$

$$c_{z_2} = \frac{\partial \Gamma_{xx1}}{\partial z_2} = \frac{1}{2} G \rho_1 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \mu_{ijk} \frac{x_i y_j \left\{ (y_j^2 - x_i^2) (z_2^2 / r_{ijk} + r_{ijk}) (r_{ijk}^2 + z_2^2) - 4z_2^2 (y_j^2 - x_i^2) r_{ijk} \right\}}{r_{ijk}^2 z_2^2 (y_j^2 - x_i^2)^2 + (x_i^2 + y_j^2 + 2z_2^2)^2 x_i^2 y_j^2} \quad (\text{B-15})$$

将式 (B-9) 至式 (B-15) 分别代入式 (B-8), 由此得到质量体 1 对引力梯度激励装置中心位置 O 处的引力梯度 Γ_{xx} 分量激励 Γ_{xx1} 的不确定度 $u(\Gamma_{xx1})$ 。

而质量体 2 对引力梯度激励装置中心位置 O 处的引力梯度 Γ_{xx} 分量激励 Γ_{xx2} 的不确定度 $u(\Gamma_{xx2})$ 的计算式为:

$$u(\Gamma_{xx2}) = \sqrt{c_{\rho_2}^2 u^2(\rho_2) + c_{x_3}^2 u^2(x_3) + c_{x_4}^2 u^2(x_4) + c_{y_3}^2 u^2(y_3) + c_{y_4}^2 u^2(y_4) + c_{z_3}^2 u^2(z_3) + c_{z_4}^2 u^2(z_4)} \quad (\text{B-16})$$

式中:

$u(\Gamma_{xx2})$ ——质量体 2 对引力梯度激励装置中心位置 O 处的引力梯度 Γ_{xx} 分量激励的不确定度;

c_{ρ_2} 、 c_{x_3} 、 c_{x_4} 、 c_{y_3} 、 c_{y_4} 、 c_{z_3} 和 c_{z_4} ——分别为 ρ_2 、 x_3 、 x_4 、 y_3 、 y_4 、 z_3 和 z_4 的灵敏系数。

根据式 (B-1) 分别计算各个不确定度来源的灵敏系数, 具体为:

$$c_{\rho_2} = \frac{\partial \Gamma_{xx2}}{\partial \rho_2} = G \sum_{i=3}^4 \sum_{j=3}^4 \sum_{k=3}^4 \mu_{ijk} \arctan \frac{y_j z_k}{x_i r_{ijk}} \quad (\text{B-17})$$

$$c_{x_3} = \frac{\partial \Gamma_{xx2}}{\partial x_3} = \frac{1}{2} G \rho_2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \frac{y_j z_k \left\{ x_3^2 \left[\frac{(y_j^2 - x_3^2)}{r_{ijk}} - 2r_{ijk} \right] (r_{ijk}^2 + z_k^2) - (y_j^2 - x_3^2) r_{ijk} (3x_3^2 + y_j^2 + 2z_k^2) \right\}}{r_{ijk}^2 z_k^2 (y_j^2 - x_3^2)^2 + (x_3^2 + y_j^2 + 2z_k^2)^2 x_3^2 y_j^2} \quad (\text{B-18})$$

$$c_{x4} = \frac{\partial \Gamma_{xx2}}{\partial x_4} = \frac{1}{2} G \rho_2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \frac{y_j z_k \left\{ x_4^2 \left[\frac{(y_j^2 - x_4^2)}{r_{ijk}} - 2r_{ijk} \right] (r_{ijk}^2 + z_k^2) - (y_j^2 - x_4^2) r_{ijk} (3x_4^2 + y_j^2 + 2z_k^2) \right\}}{r_{ijk}^2 z_k^2 (y_j^2 - x_4^2)^2 + (x_4^2 + y_j^2 + 2z_k^2)^2 x_4^2 y_j^2} \quad (\text{B-19})$$

$$c_{y3} = \frac{\partial \Gamma_{xx2}}{\partial y_3} = \frac{1}{2} G \rho_2 \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \frac{x_i z_k \left\{ y_3^2 \left[\frac{(y_3^2 - x_i^2)}{r_{ijk}} + 2r_{ijk} \right] (r_{ijk}^2 + z_k^2) - (y_3^2 - x_i^2) r_{ijk} (x_i^2 + 3y_3^2 + 2z_k^2) \right\}}{r_{ijk}^2 z_k^2 (y_3^2 - x_i^2)^2 + (x_i^2 + y_3^2 + 2z_k^2)^2 x_i^2 y_3^2} \quad (\text{B-20})$$

$$c_{y4} = \frac{\partial \Gamma_{xx2}}{\partial y_4} = \frac{1}{2} G \rho_2 \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \frac{x_i z_k \left\{ y_4^2 \left[\frac{(y_4^2 - x_i^2)}{r_{ijk}} + 2r_{ijk} \right] (r_{ijk}^2 + z_k^2) - (y_4^2 - x_i^2) r_{ijk} (x_i^2 + 3y_4^2 + 2z_k^2) \right\}}{r_{ijk}^2 z_k^2 (y_4^2 - x_i^2)^2 + (x_i^2 + y_4^2 + 2z_k^2)^2 x_i^2 y_4^2} \quad (\text{B-21})$$

$$c_{z3} = \frac{\partial \Gamma_{xx2}}{\partial z_3} = \frac{1}{2} G \rho_2 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \mu_{ijk} \frac{x_i y_j \left\{ (y_j^2 - x_i^2) \left(\frac{z_3^2}{r_{ijk}} + r_{ijk} \right) (r_{ijk}^2 + z_3^2) - 4z_3^2 (y_j^2 - x_i^2) r_{ijk} \right\}}{r_{ijk}^2 z_3^2 (y_j^2 - x_i^2)^2 + (x_i^2 + y_j^2 + 2z_3^2)^2 x_i^2 y_j^2} \quad (\text{B-22})$$

$$c_{z4} = \frac{\partial \Gamma_{xx2}}{\partial z_4} = \frac{1}{2} G \rho_2 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \mu_{ijk} \frac{x_i y_j \left\{ (y_j^2 - x_i^2) \left(\frac{z_4^2}{r_{ijk}} + r_{ijk} \right) (r_{ijk}^2 + z_4^2) - 4z_4^2 (y_j^2 - x_i^2) r_{ijk} \right\}}{r_{ijk}^2 z_4^2 (y_j^2 - x_i^2)^2 + (x_i^2 + y_j^2 + 2z_4^2)^2 x_i^2 y_j^2} \quad (\text{B-23})$$

将式 (B-17) 至式 (B-23) 分别代入式 (B-16)，由此得到质量体 2 对引力梯度激励装置中心位置 O 处的引力梯度 Γ_{xx} 分量激励 Γ_{xx2} 的不确定度 $u(\Gamma_{xx2})$ 。

由此得到引力梯度 Γ_{xx} 分量激励 Γ_{xxc} 的不确定度 $u(\Gamma_{xxc})$ 为：

$$u(\Gamma_{xxc}) = \sqrt{u^2(\Gamma_{xx1}) + u^2(\Gamma_{xx2})} \quad (\text{B-24})$$

取包含因子 $k=2$ ，则引力梯度 Γ_{xx} 分量激励 Γ_{xxc} 的扩展不确定度为：

$$U_{\Gamma_{xxc}} = 2u(\Gamma_{xxc}) \quad (\text{B-25})$$

B.5 测量不确定度评定示例

(1) 计量质量体参数

某型引力梯度激励标准装置质量体相关计量结果如表 B-1 所示，所用计量工具不确定度如表 B-2 所示。

表 B-1 引力梯度激励标准装置质量体相关计量参数

所述组件	参数	参数符号	计量结果	单位
质量块A	质量	M_1	4727.0022	kg
	长	a_1	1.00801	m
	宽	b_1	3.18002	m
	高	c_1	1.30001	m
质量块B	质量	M_2	4727.0083	kg
	长	a_2	1.00801	m
	宽	b_2	3.17999	m
	高	c_2	1.30001	m

表 B-2 计量工具不确定度

计量工具	计量不确定度
大型磅秤	50g
光栅尺	0.1mm
激光测距仪	0.1mm

该引力梯度激励标准装置质量体与空间目标位置的相对位置相关计量结果如表 B-3 所示。

表 B-3 引力梯度激励标准装置质量体与空间目标位置的相对位置相关计量结果

所述组件	参数	参数符号	计量结果	单位
质量块A	长	ξ_1	1.900002	m
	宽	η_1	1.590003	m
	高	ζ_1	0.650002	m
质量块B	长	ξ_2	-1.900005	m
	宽	η_2	1.590002	m
	高	ζ_2	0.650003	m

将表 (B-1) 至表 (B-3) 中各个参数数值代入公式 (B-9) 至公式 (B-21), 计算得到各个不确定度来源的灵敏系数, 计算结果见表 (B-4)。

表 B-4 S1 位置各个不确定度来源的灵敏系数数值计算结果

灵敏系数	数值计算结果	灵敏系数	数值计算结果	灵敏系数	数值计算结果
$c_{\rho 1}$	-0.0063	c_{x1}	350.5694	c_{x2}	-313.4808
c_{y1}	1.9172	c_{y2}	-1.9172	c_{z1}	23.4735
c_{z2}	-23.4735	$c_{\rho 2}$	-0.0063	c_{x3}	313.4808
c_{x4}	-350.5694	c_{y3}	1.9172	c_{y4}	-1.9172
c_{z3}	23.4735	c_{z4}	-23.4735		

将表 (B-4) 的数值结合表 (B-2) 的数值, 代入公式 (B-8)、(B-16) 和 (B-24),

得到引力梯度 Γ_{xx} 分量激励 Γ_{xxc} 的不确定度 $u(\Gamma_{xxc})$ 为: $u(\Gamma_{xxc}) = 0.0670E$

取包含因子 $k=2$, 则引力梯度 Γ_{xx} 分量激励 Γ_{xxc} 的扩展不确定度为: $U_{\Gamma_{xxc}} = 0.1340E$
