

量块量值比对总结报告

JJG146-1994 量块国家检定规程实施以来,我国一直没有一等量块的测量手段。近年来,国内已有几个单位分别建立了一等量块的测量设备。有些二等量块的测量设备也进行了改进,随之而来的问题是对这些高精度量块测量设备的不确定度验证。

为了保证国际、国内量块量值的统一,同时也为计量标准考核中高等级量块标准的不确定度验证提供依据,国家质量监督检验检疫总局决定进行国内的一等量块比对。考虑到比对参加者的数量太少会增加比对结果的偶然性,将比对范围扩大到部分二等量块。

中国计量科学研究院接受国家质量监督检验检疫总局的委托,于 2003 年组织了这次国内的量块比对工作。由计量院作为主导实验室编写了《量块比对的实施细则》并提供了测量的标准器---量块。

根据国家质量监督检验检疫总局的安排,中国计量科学研究院负责组织和实施比对工作,由全国几何量长度计量技术委员会进行技术协调工作。

1 参加单位

单位	联系人	通讯方式
中国计量科学研究院 (以下简称计量院)	刘香斌	电话: 010-64211631-2128 传真: 010-84251574 电子信箱: liuxb@nim.ac.cn 通信地址: 北京市北三环东路 18 号 邮政编码: 100013
中国测试技术研究院 (以下简称测试院)	黄晓蓉	电话: 028-84404885 传真: 028-84404885 电子信箱: 通信地址: 成都市玉双路 10 号 邮政编码: 610021
中国航空工业第一集团公司北京长城计量测试技术研究所 (简称 304 所)	戴洁	电话: 010-62457119 传真: 010-62462965 电子信箱: niulixin@yahoo.com.cn niulixin304@sohu.com 通信地址: 北京 1066 信箱 6 分箱 邮政编码: 100095
上海市计量测试技术研究院 (以下简称上海)	蒋秀兰	电话: 021-62488549 传真: 021-62489250 电子信箱: jiangxiulan@etang.com 通信地址: 上海市宜山路 716 号 邮政编码: 200232
湖北省计量测试技术研究院 (以下简称湖北)	汪丰焰	电话: 027-87810959 传真: 027-87813411 电子信箱: hbjly@public.wh.hb.cn 通信地址: 湖北省武汉市武昌东湖路 1 号 邮政编码: 430071
辽宁省计量科学研究	徐及	电话: 024-23921797

院 (以下简称辽宁)	黄立华	传真: 024-23921544 电子信箱: length@lnjl.sina.net 通信地址: 沈阳市和平区文化路三巷九号 邮政编码: 110004
陕西省计量测试研究所 (以下简称陕西)	何晓延	电话: 029-2214552, 13689290396 传真: 029-2214585 电子信箱: sxmi30@hotmail.com 通信地址: 西安市咸宁西路 30 号 邮政编码: 710048

2 时间表

比对采取混合循环方式进行传递,由主导实验室开始,每传递两个参加单位后,都回到主导实验室一次。比对参加单位都能按时间表的计划进行比对。其中 304 所由于实验室恒温空调故障影响了测量,该所仍按计划送达到下一个比对单位,没有影响比对的顺利进行。但该所提出希望再给一定的时间完成补充测量,考虑到其实际情况,征求领导的同意后增加了一周的时间让 304 所完成比对的测量。

比对单位	计划测量时间	实际测量时间	收到结果时间
计量院	2003 年 07 月 07 日 ~ 07 月 15 日	2003 年 07 月 07 日 ~ 07 月 15 日	2003 年 07 月 15 日
辽宁	2003 年 07 月 21 日 ~ 08 月 01 日	2003 年 07 月 21 日 ~ 07 月 28 日	2003 年 07 月 28 日
304 所	2003 年 08 月 04 日 ~ 08 月 15 日	2003 年 08 月 04 日 ~ 08 月 15 日	/
计量院	2003 年 08 月 18 日 ~ 08 月 22 日	2003 年 08 月 18 日 ~ 08 月 22 日	2003 年 08 月 22 日
湖北	2003 年 08 月 25 日 ~ 09 月 05 日	2003 年 08 月 26 日 ~ 09 月 05 日	2003 年 09 月 10 日
上海	2003 年 09 月 10 日 ~ 09 月 21 日	2003 年 09 月 10 日 ~ 09 月 21 日	2003 年 10 月 15 日
计量院	2003 年 09 月 24 日 ~ 09 月 29 日	2003 年 10 月 09 日 ~ 10 月 11 日	2003 年 10 月 11 日
陕西所	2003 年 10 月 13 日 ~ 10 月 24 日	2003 年 10 月 13 日 ~ 10 月 24 日	2003 年 10 月 30 日
测试院	2003 年 10 月 27 日 ~ 11 月 07 日	2003 年 10 月 27 日 ~ 11 月 07 日	2003 年 11 月 10 日
计量院	2003 年 11 月 10 日 ~ 11 月 21 日	2003 年 11 月 10 日 ~ 11 月 21 日	2003 年 11 月 21 日
304 所	/	2003 年 11 月 25 日 ~ 12 月 05 日	2003 年 12 月 22 日

3 标准器

10 块钢量块作为标准器来传递比对。量块是按照国家标准制造的钢量块。量块的温度线膨胀系数按照国家标准的数值即 $\alpha = (11.5 \pm 1) \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$ 。比对细则中

说明比对单位可以实际测量温度线膨胀系数并使用其测量值。考虑到时间有限，比对单位都没有测量温度线膨胀系数。主导实验室抽样测量了 2 块比对量块的温度线膨胀系数，其结果表明该比对量块的温度线膨胀系数符合国家标准的数值要求。

编 号	标 称 值 (mm)	生 产 厂
74476	0.5	成都量具刃具厂
89844	1	成都量具刃具厂
81094	1.01	成都量具刃具厂
20826	6	成都量具刃具厂
23996	7	成都量具刃具厂
14217	8	成都量具刃具厂
09614	15	成都量具刃具厂
39869	80	成都量具刃具厂
69882	90	成都量具刃具厂
69683	100	成都量具刃具厂

4 测量内容和报告

每个单位在测量之前，都要对量块的测量面进行检查。任何划痕、锈点、碰伤等都要按比对细则中附录的格式画出量块表面情况。

比对要求的测量内容是按照量块检定规程中定义的量块中心长度。量块必须用干涉方法直接测量，测量时量块必须是垂直放置。分别测量量块上、下测量面朝上的数据，并给出其平均值。测量结果要修正到 20℃，同时，狭缝和位相等修正按照各自平时的情况进行。

测量结果的不确定度评定要按照 JJF1059-1999《测量不确定度评定与表示》进行。为了获得更好的比对结果，在比对细则中给出一个用干涉方法测量量块长度的主要影响因素都包含的数学模型。

5 测量方法和参加单位使用的仪器

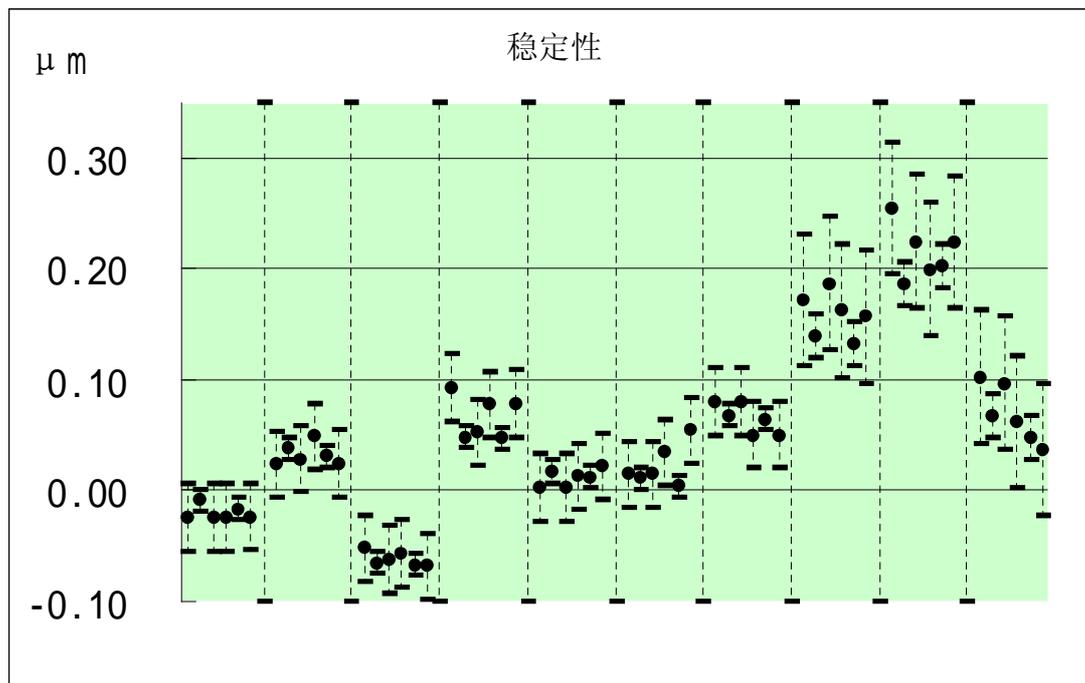
有 6 个单位使用小数重合方式的光波干涉方法进行测量，1 个单位使用脉冲计数方式的光波干涉方法进行测量。所用仪器的具体的测量方式和条件等见附录 1。

本次比对每个单位的测量时间约 10 天，测量 10 个量块时间比较充裕，主要是考虑到有必要进行量块与平晶之间的位相测量，但从比对结果看，部分单位没有进行这项测量。

比对单位	平晶材料	使用的位相 修正值 (nm)	比对单位	平晶材料	使用的位相 修正值 (nm)
计量院	玻璃	54	陕西所	玻璃	60
辽宁	玻璃	60	测试院	玻璃	60
湖北	---	---	304 所	玻璃	60
上海	玻璃	50			

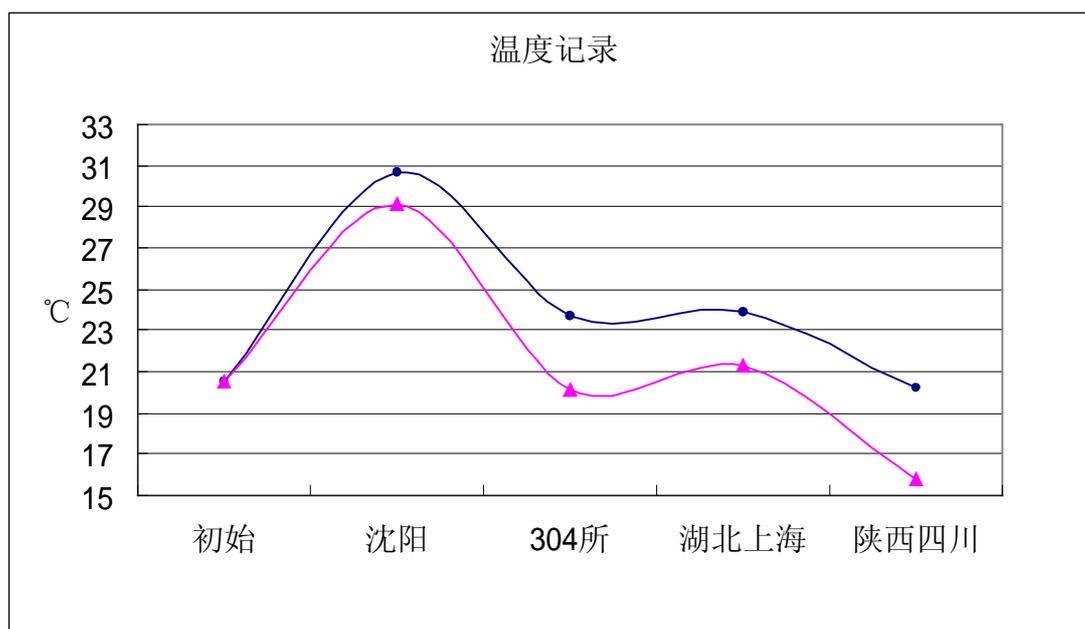
6 量块的稳定性和状态

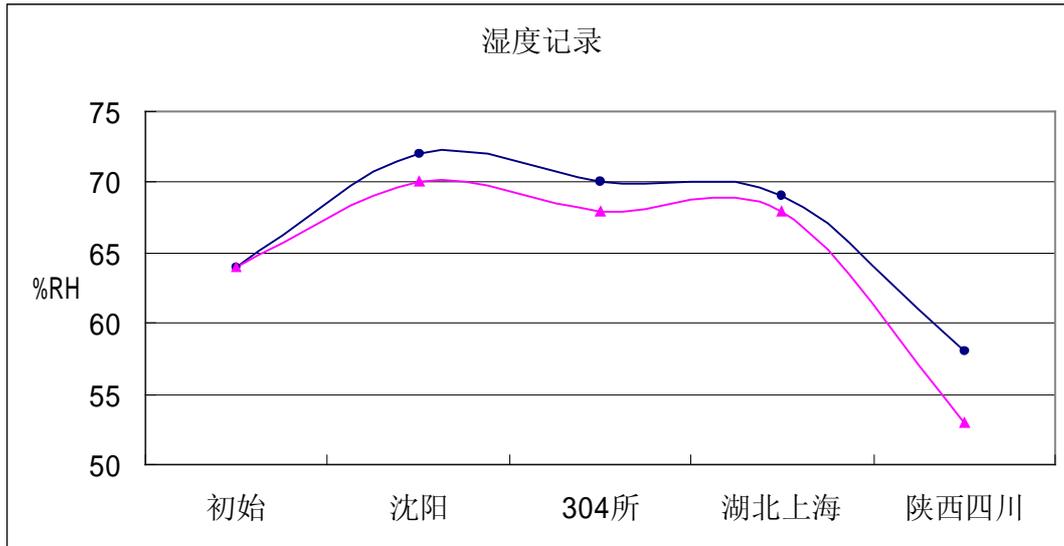
量块的稳定性由主导实验室在比对的进行中进行监视测量。计量院在比对的开始（2003年6月）和最后（2003年11月）分别进行了干涉测量。另外，在比对过程中采用比较测量的方法测量了4次。测量结果依时间顺序见下图。



量块在比对开始前,是一套新量块,测量面情况良好,无划痕等缺陷。比对过程中要求各参加比对单位绘制测量表面情况。比对结束时,10块量块测量面均有不同程度的划痕,部分有锈点等缺陷,但没有明显影响测量的损伤或缺陷。

在比对过程中对量块的环境条件进行了跟踪,测量了其所处的温度及湿度情况。这里认为量块只在包装盒内或在实验室中。测量结果见下图。





由记录结果知道，量块经历的温度在 15℃到 31℃之间，相对湿度 50%到 75%之间。不会影响量块的比对。

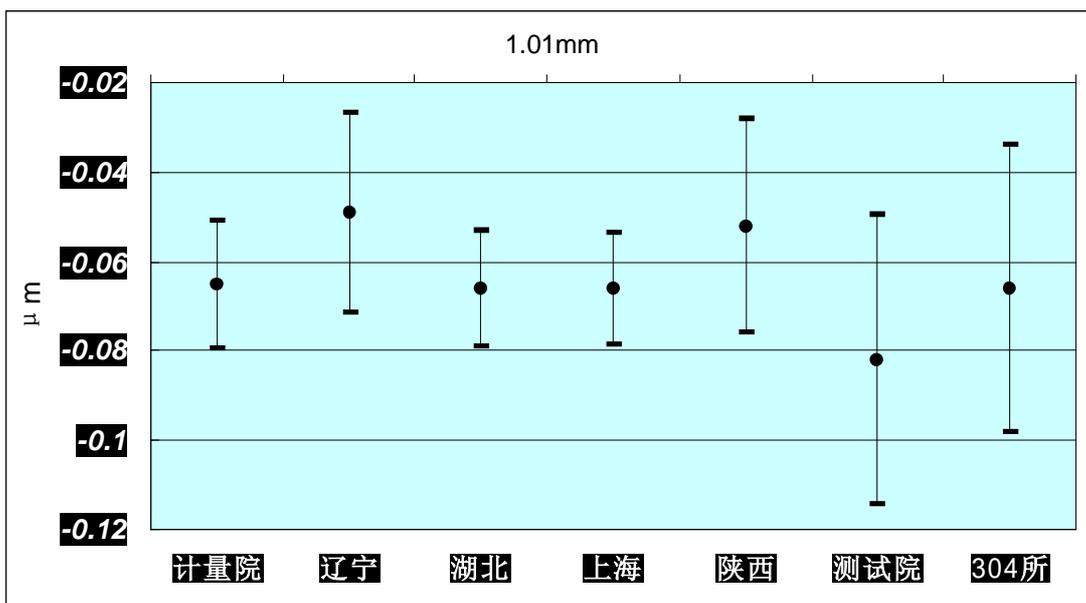
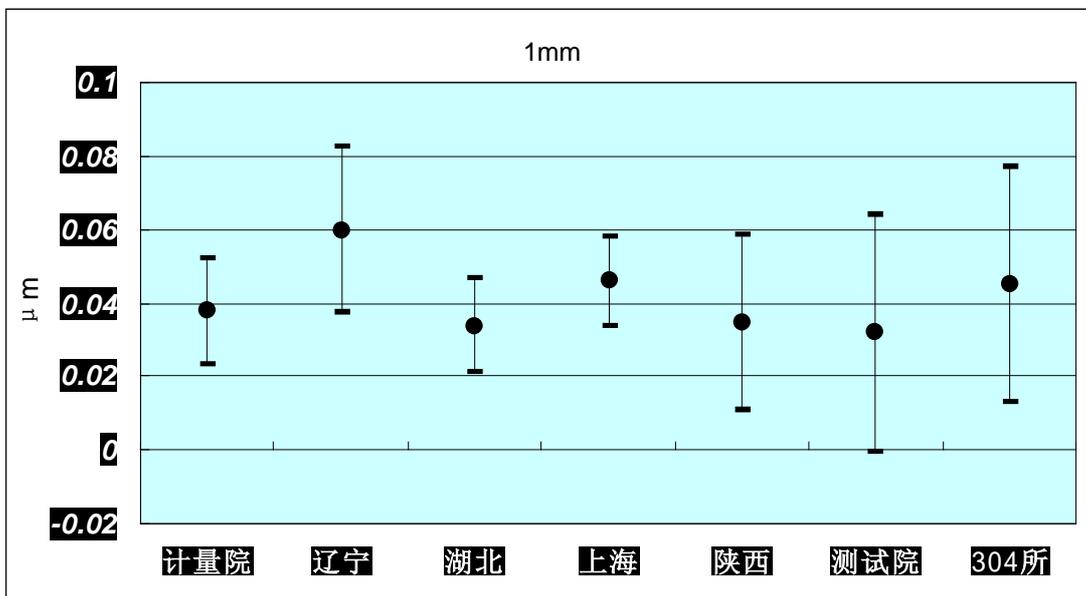
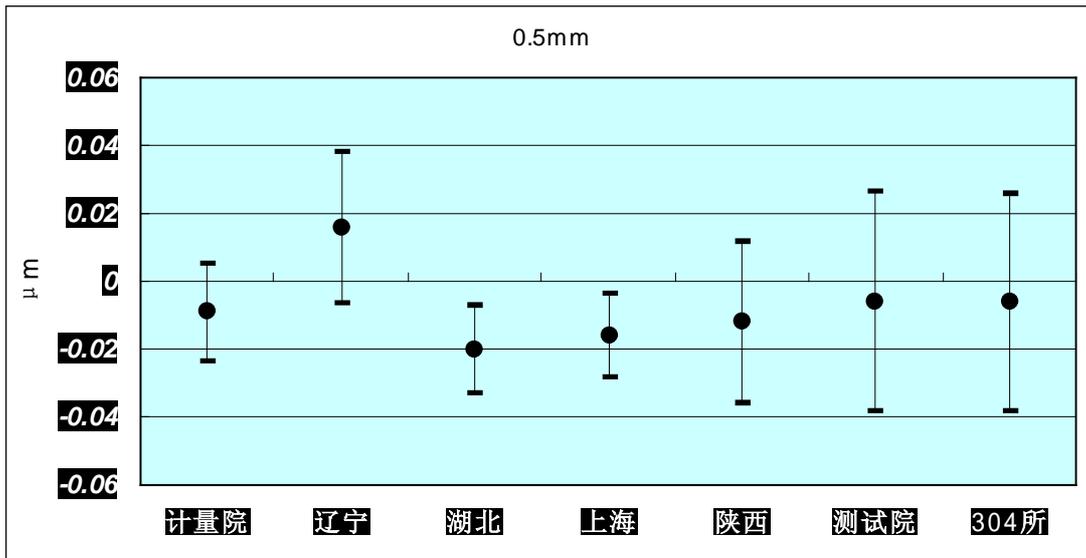
7 测量结果

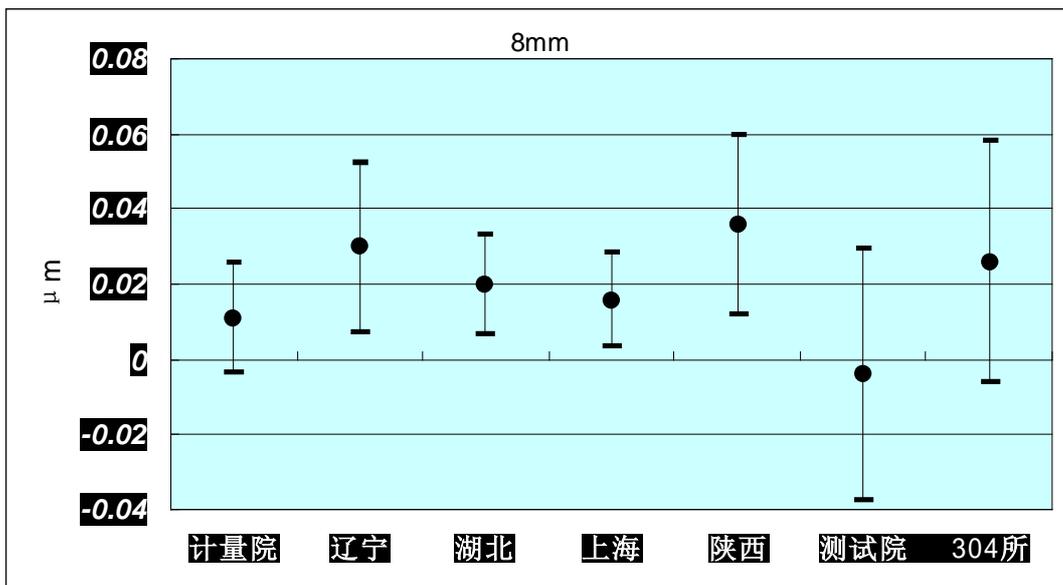
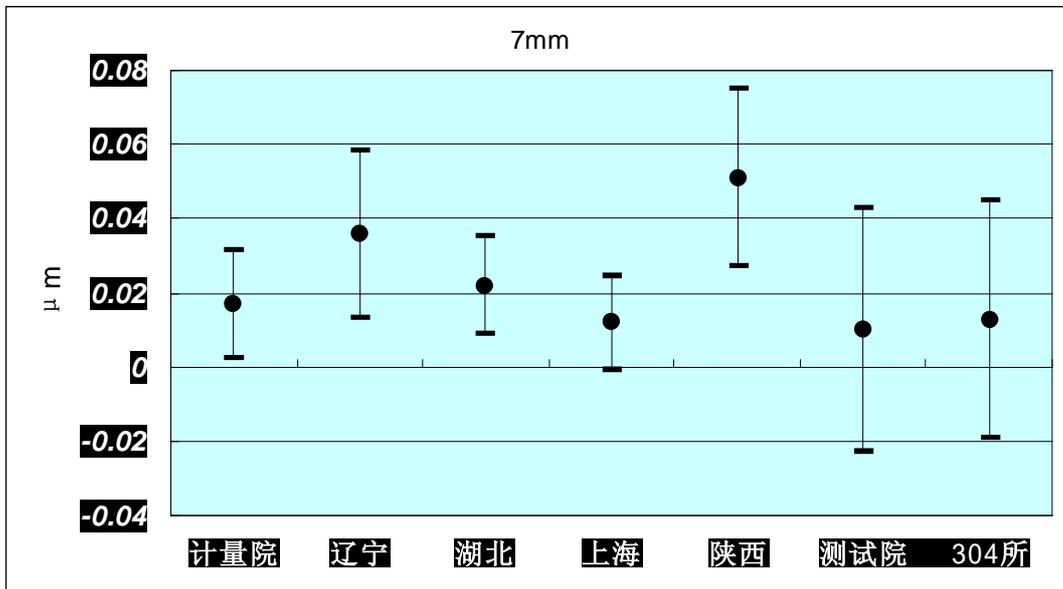
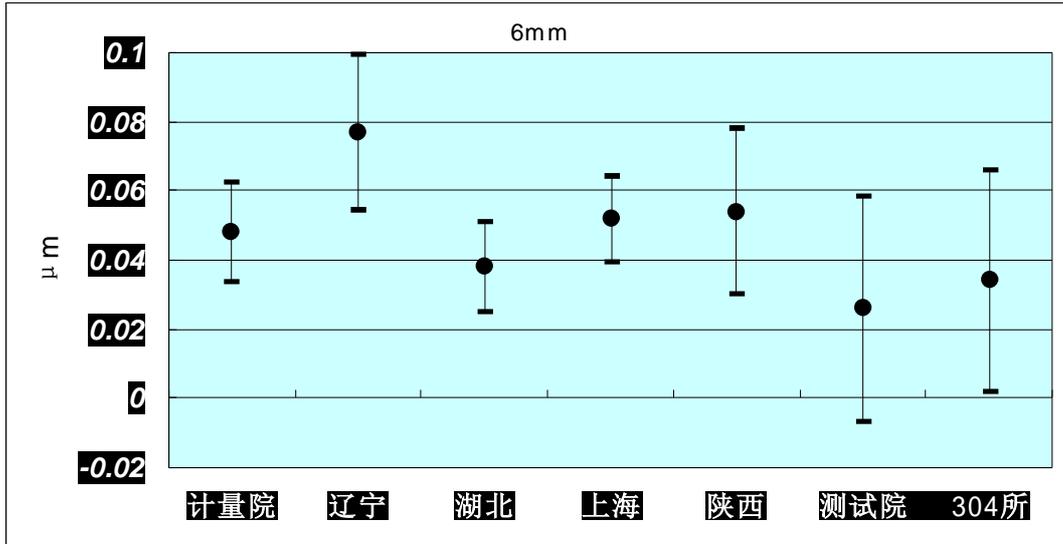
7.1 量块中心长度对标称值的偏差结果 (mm)

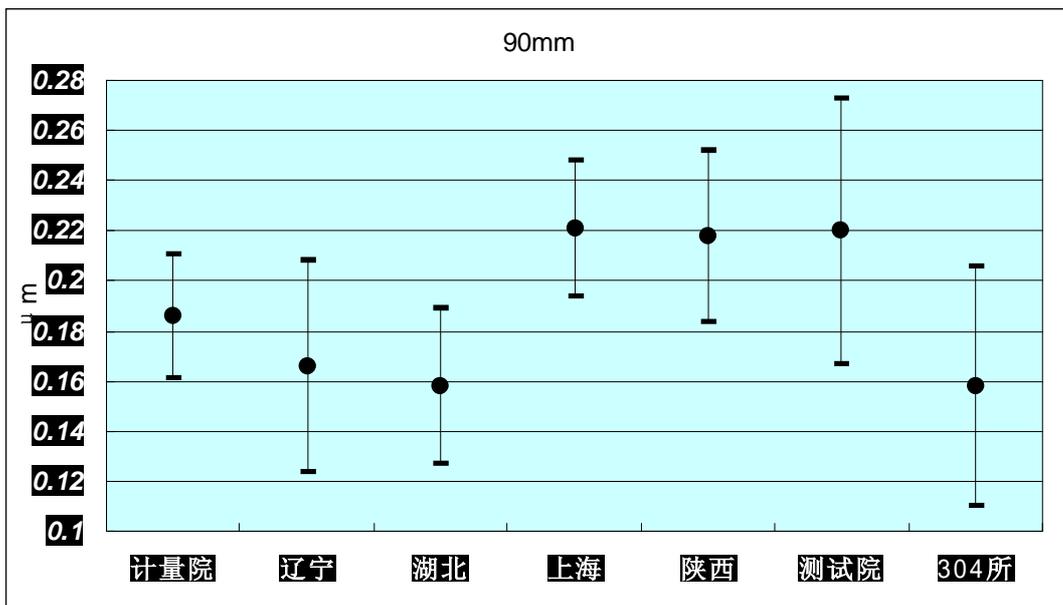
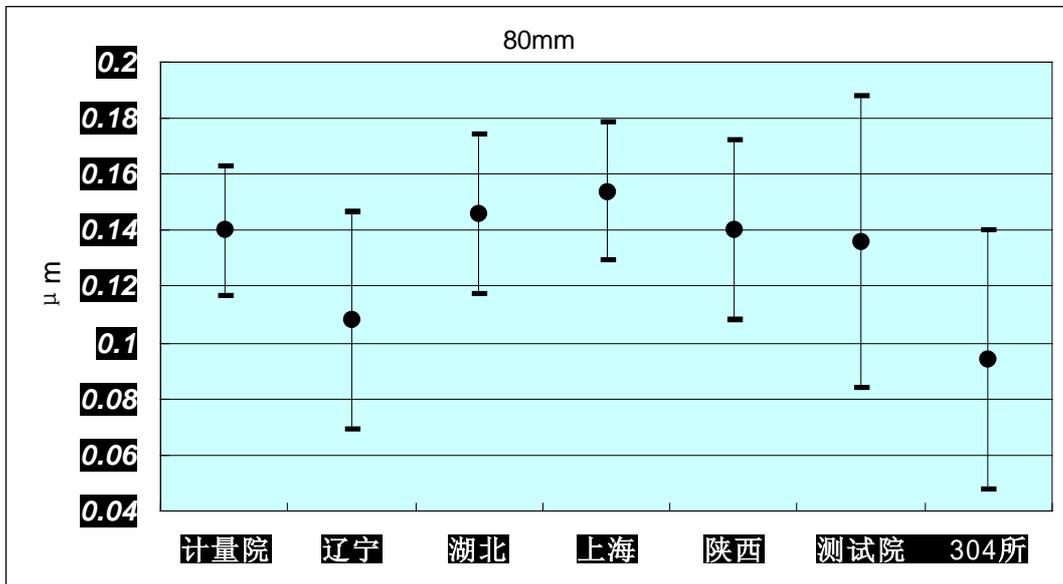
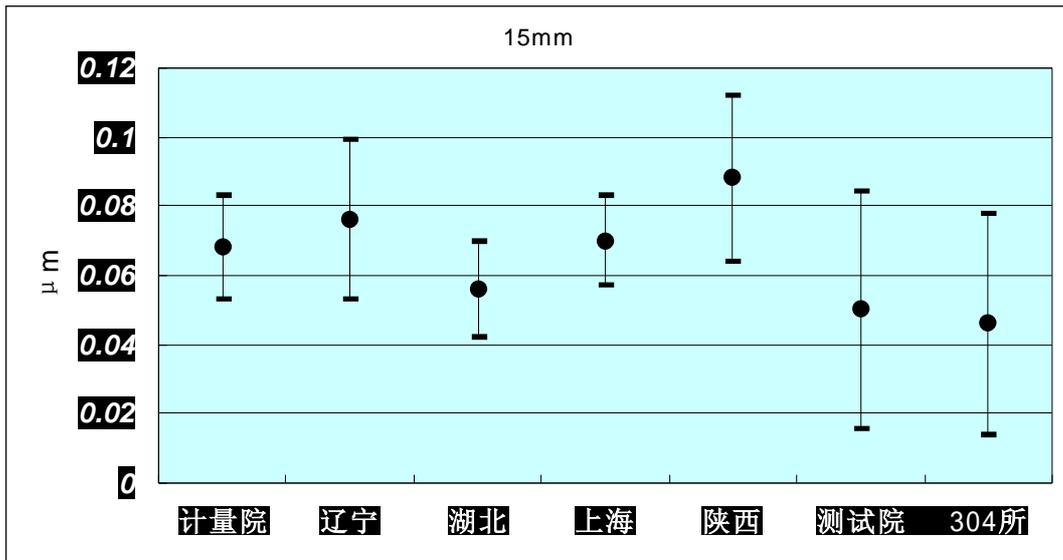
标称长度 (mm)	参加比对单位						
	计量院	辽宁	湖北	上海	陕西	测试院	304所
0.5	-0.009	+0.016	-0.020	-0.016	-0.012	-0.006	-0.006
1	+0.038	+0.060	+0.033	+0.046	+0.035	+0.032	+0.045
1.01	-0.065	-0.049	-0.066	-0.066	-0.052	-0.082	-0.066
6	+0.048	+0.077	+0.038	+0.052	+0.054	+0.026	+0.034
7	+0.017	+0.036	+0.022	+0.012	+0.051	+0.010	+0.013
8	+0.011	+0.030	+0.020	+0.016	+0.036	-0.004	+0.026
15	+0.068	+0.076	+0.056	+0.070	+0.088	+0.050	+0.046
80	+0.140	+0.108	+0.146	+0.154	+0.140	+0.136	+0.094
90	+0.186	+0.166	+0.158	+0.221	+0.218	+0.220	+0.158
100	+0.067	+0.034	+0.057	+0.054	+0.100	+0.036	-0.006

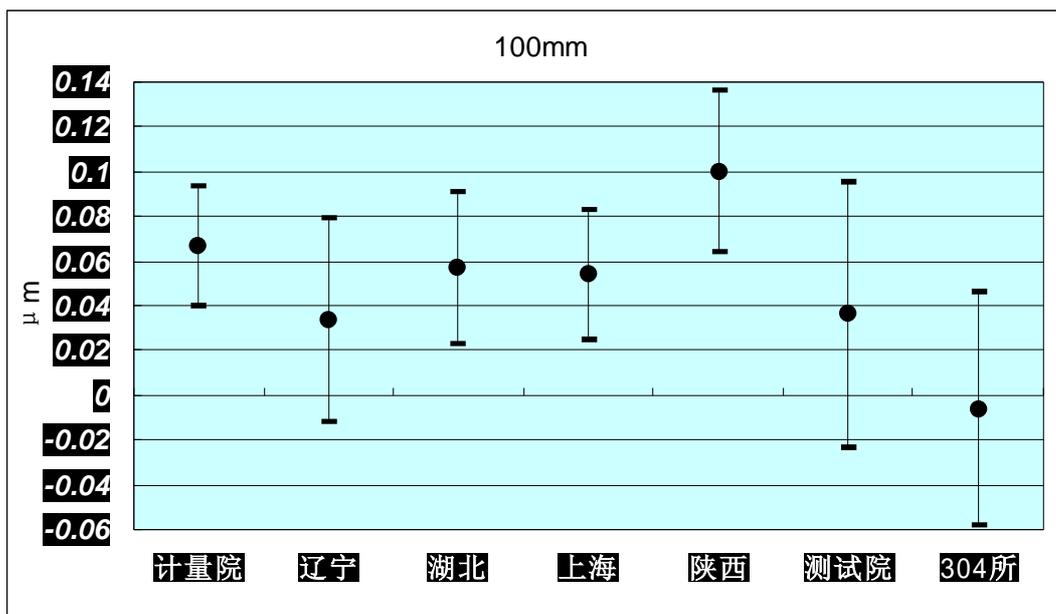
表中数值是各个参加单位报告的数据。

下面是绘制了每个量块的测量结果示意图。图中圆点为测量结果，高低点连线长度是上下各 2 倍的标准不确定度数值，可以直观的看到结果的分布情况和各个单位的不确定度情况。









7. 2 上、下工作面之间测量结果的差 (nm)

每个参加比对单位都测量了两个测量面分别研合在平晶上（朝上放置）的测量结果。下表是两个结果的差值及其标准偏差和最大值。这些数值主要反映了比对量块的两个测量面差异情况和比对单位的研合水平。

标称长度	计量院	辽宁	湖北	上海	陕西	测试院	304所
0.5	6	-11	2	-15	22	1	0
1	1	0	-3	2	14	-1	-2
1.01	13	14	-2	29	-27	0	-3
6	-9	-18	2	3	-2	-4	-15
7	-9	-10	-7	-2	6	4	-6
8	19	12	1	2	-1	5	-4
15	7	20	4	7	11	7	-5
80	-16	-9	2	4	-9	5	-15
90	-3	-6	-3	2	22	6	3
100	-20	-9	-4	-12	8	3	-6
标准偏差	13	13	3	12	15	4	6
最大值	20	20	7	29	27	7	15

8 测量结果的不确定度

每个实验室被要求按照 JJF1059-1999《测量不确定度评定与表示》进行测量不确定度的评定。《量块比对实施细则》中给出一个干涉法测量量块长度的数学模型。

用小数重合法测量量块长度时，被测量块长度可表示为：

$$l = \frac{(k+F)I}{2n} - La(t_g - 20) + \Delta l_d + dl_{\Omega} + dl_A + dl_w + \Delta l_{\Phi} + dl_G \quad (1)$$

式中：

L —被测量块标称长度； l —被测量块在参考温度 20℃下的长度；

k —对应于量块长度的整数干涉级次； $F(F_i)$ —干涉级次小数；

$l(I_i)$ —激光真空波长； n —空气折射率；

t_g —量块温度； a —量块线膨胀系数；

dl_w —准直光管安装角度误差引起光线倾斜的影响，期望值 $\langle dl_w \rangle = 0$ ；

Δl_d —由有限大小入射光缝所引起的入射光缝修正；

dl_A —光学系统不完善所引起的波前畸变的影响，其期望值 $\langle dl_A \rangle = 0$ ；

dl_G —量块长度变动量的影响，其期望值 $\langle dl_G \rangle = 0$ ；

dl_w —研合层影响，量块长度定义中包含研合层，其期望值 $\langle dl_w \rangle = 0$ ；

Δl_ϕ —量块表面光学长度和机械长度之差引起的位相变化修正。

F_i 和 I_i 有下标是考虑到小数重合法测量时会有几种波长及其对应的小数。

有些参加比对单位对测量结果的不确定度评定不规范，没有按比对细则给出的表格进行报告。参加比对单位被要求将其不确定度评定结果写入不确定度估算表中。由于测量结果的不确定度与量块长度有关，这里将各个参加比对单位报告的不确定度各个分项及合成标准不确定度按 100mm 量块长度计算结果列于下表：(nm)

	计量院	辽宁	湖北	陕西	测试院	上海	304 所
λ	1.7	1.2	1.2	1.7	5.8	0.7	4.0
n	4.8	8.6	4.1	4.6	10.9	3.2	7.9
$F(m)^*$	2.1	0.8	5.0	0.5	10.8	2.1	9.0
t_g	8.8	13.3	13.2	4.4	18.6	3.4	14.0
α	5.8	11.5	5.8	11.5	11.5	11.5	12.0
Dl_d	0.7	2.3	/	2.3	2.3	0.4	2.0
δl_Ω	0.0	0.2	2.7	0.2	1.7	0.0	0.0
δl_A	3.0	3.0	/	3.0	/	3.0	10.0
δl_w	4.3	3.6	/	3.6	/	3.0	5.0
δl_ϕ	4.4	8.7	1.2	8.7	12	3.0	5.0
δl_G	3.0	5.1	3.6	5.4	/	2.7	5.5
δl_q			0.1				
δl_h			4.6				
δl_{F1}			0.9				
δl_{F2}			0.3				
δl_{F3}			1.9				
δl_{M1}			0.2				
δl_{M2}			0.1				
u_c	14.1	22.7	17.3	17.6	29.9	14.0	26.2

9 测量结果的统计分析

将对比结果进行统计分析，从中可看到其测量结果是否符合不确定度的数值，从结果的分布情况也可看到我国量块测量的水平。

9.1 平均偏差和标准偏差

对应每个单位，所有量块测量结果分别与平均值的偏差的平均值 $\langle Dl \rangle$ ，这里

称为平均偏差。

$$\langle \Delta l \rangle = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (x_j - \bar{x}_j) \quad (2)$$

式中： x_j 是某单位第 j 个量块的测量结果， \bar{x}_j 是所有参加比对单位对该量块测量结果的算术平均值。 $N=10$ ，是量块的块数。

计算差值 $(x_j - \bar{x}_j)$ 的标准偏差 s 和规格化的标准偏差 s_n 。

$$s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N \left((x_j - \bar{x}_j) - \langle \Delta l \rangle \right)^2 \quad (3)$$

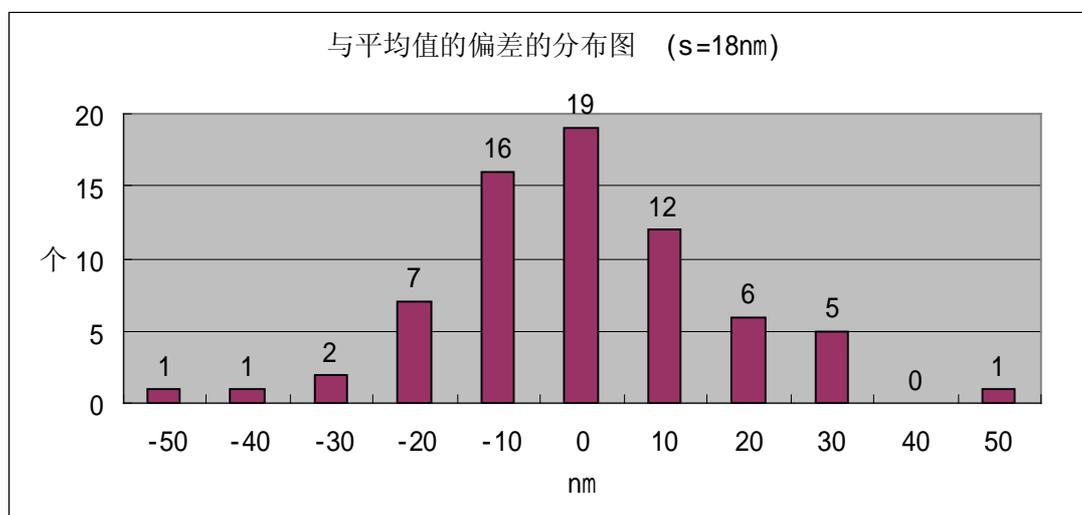
$$s_n^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N \left(\frac{(x_j - \bar{x}_j) - \langle \Delta l \rangle}{u_j} \right)^2 \quad (4)$$

u_j 是参加比对单位第 j 个量块的标准不确定度。

比对单位	$\langle \Delta l \rangle$	s	s_n
	nm	nm	
计量院	+1	8	0.7
辽宁	+6	19	1.3
湖北	-5	13	1.0
上海	+5	13	1.5
陕西	+16	17	1.2
测试院	-8	16	0.7
304 所	-16	20	1.0

9.2 分布情况

所有单位，所有量块的测量结果与平均值的偏差的标准偏差是 $s=18\text{nm}$ 。其分布情况如下图。横坐标是测量结果与平均值的偏差，纵坐标是偏差每 10nm 区间内的个数。



9.3 一致性情况

我们采用国际上常用的 Birge 比率 R_B 来评估比对结果的一致性情况。

$$R_B = \frac{u_{ext}}{u_{in}} \quad (5)$$

u_{in} 是内部标准偏差，它由各个比对单位报告的不确定度计算得到。

$$u_{in} = \left[\sum_{i=1}^n u^{-2}(x_i) \right]^{-1/2} \quad (6)$$

u_{ext} 是外部标准偏差，它是由以对应的测量不确定度 $u(x_i)$ 加权扩展的结果 x_i 的标准偏差。

$$u_{ext} = \left[\frac{\sum u^{-2}(x_i)(x_i - \bar{x}_w)^2}{(n-1)\sum u^{-2}(x_i)} \right]^{1/2} \quad (7)$$

\bar{x}_w 是加权平均值。

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^n u^{-2}(x_i) \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n u^{-2}(x_i)} \quad (8)$$

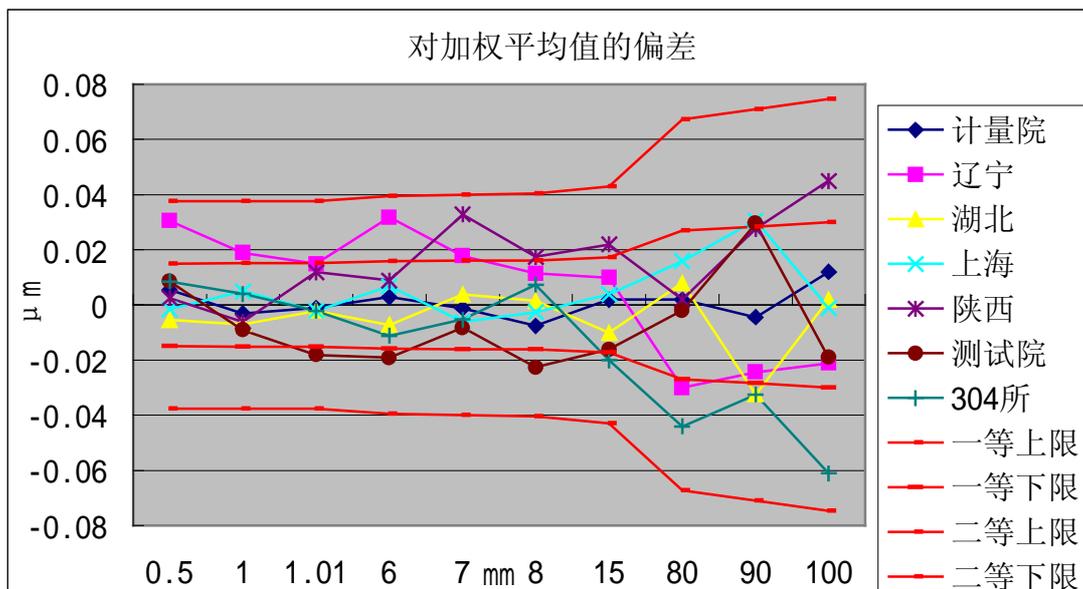
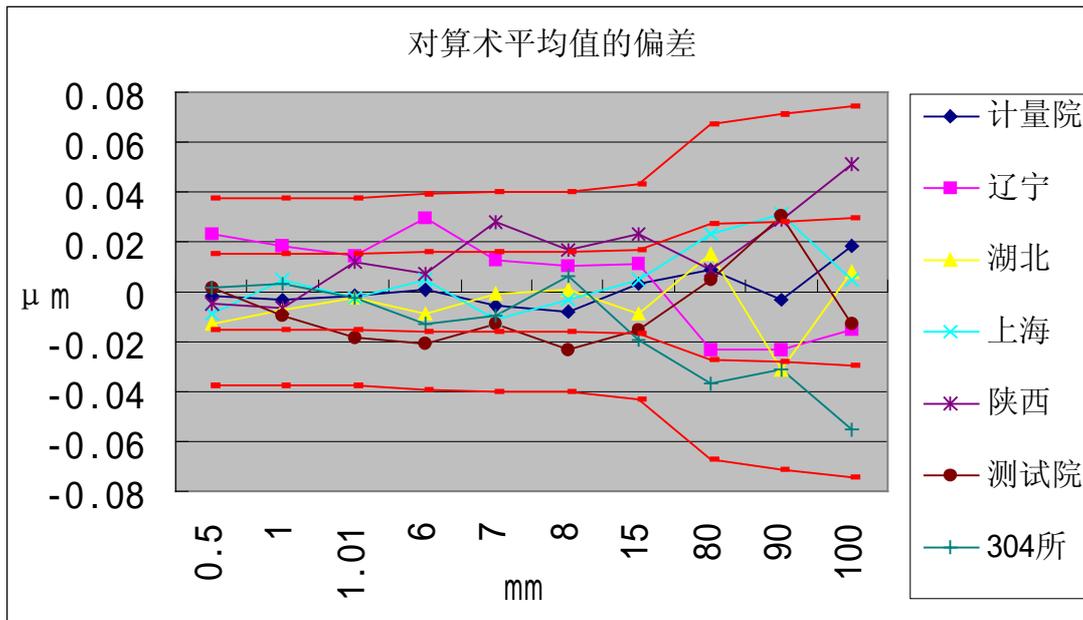
Birge 比率的期望值是 $R_B=1$ ，对于包含因子 $k=2$ ，比对结果应满足下式：

$$R_B < \sqrt{1 + \sqrt{8/(n-1)}} \quad (9)$$

对于 $n=7$ 个比对单位， $R_B>1.47$ 时，就说明比对单位低估了其测量不确定度。

标称长度 l_n	R_B
0.5	1.20
1	0.95
1.01	0.84
6	1.43
7	1.36
8	1.03
15	1.23
80	1.16
90	1.67
100	1.51

将所有单位，所有量块的测量结果与算术平均值和加权平均值的偏差分别绘于下面的图中，其中上下各两条红线分别是一等和二等量块测量结果的扩展不确定度 U_{95} ， $k=2$ 。



10 结论

从这次比对结果分析我们认为可以得到以下结论：

- 1 计量院的不确定度和测量数据均达到一等量块的水平；其他机构的数据均达到二等量块的测量不确定度范围内。其中上海院按照一等量块不确定度参加比对，但个别数据超出范围；测试院没有使用一等仪器设备参加比对，304所由于某种原因没能（完全）用一等仪器设备参加比对，以二等量块不确定度参加比对。
- 1 参加比对的单位都能按照比对的时间表进行比对，使得这次比对能够顺利的按时完成。
- 1 我们增加比对单位的个数到7个比较恰当，从比对结果看可以避免偶然性影响比对结果。比对结束时量块的测量面情况还能满足测量要求。
- 1 研合测量方法中的位相修正值的测量，目前国内还没有更多的方法，只有叠加测量方法在使用，而且在这次比对中没有得到充分运用。这方面需要进一

步发展。

- I 空气折射率测量方法目前只限于 **Edlen** 公式法，还有发展空间。
- I 关于测量不确定度的评定还有一些问题：如几个影响量混合在一起分析，不符合规范要求；有些影响量的分析不充分，缺项，如空气折射率，只分析空气温度，大气压力和空气湿度，而忽略了公式本身的不确定度，特别是当公式本身的不确定度接近甚至大于其已考虑的影响量；有些影响量的不确定度数值分析不准确，过小或过大，如量块温度的测量不确定度只考虑温度测量设备本身的示值误差或相应的测量不确定度，而没有考虑测温传感器测量的温度与量块本身温度的差值，量块温度与周围空气温度的差，温度变化，温度梯度等的影响，这些影响必须考虑，只有确认其影响很小时才可忽略。

11 参考

- [1] JJF1059-1999 《测量不确定度评定与表示》
- [2] CCL-K1 Final report Draft B

附录 1 测量条件

比对单位	所用仪器的型号和类型	光源和波长	小数测量方法	空气折射率的测量方法	测量温度范围 ℃
计量院	改进的柯氏干涉仪 (接触式量块激光测长仪)	氦氖激光, 633nm	摄像机接收条纹信号, 计算机软件计算	Edlen 公式法	20.02 ~ 20.10
辽宁	改进的柯氏干涉仪	氦氖激光, 633nm	摄像机接收条纹信号, 计算机软件计算	Edlen 公式法	19.90 ~ 20.10
湖北	GLI-100 型量块激光干涉仪	氦氖激光, 633nm	干涉条纹细分系统	Edlen 公式法	19.90 ~ 20.10
上海	柯氏干涉仪改进的双波长 激光量块干涉仪	氦氖激光, 633nm, 543nm	摄像机接收条纹信号, 计算机软件计算	Edlen 公式法	19.85 ~ 20.16
陕西	改进的柯氏干涉仪	氦氖激光, 633nm	摄像机接收条纹信号, 计算机软件计算	Edlen 公式法	19.95 ~ 20.20
测试院	柯氏干涉仪	氦灯, 646nm, 587nm, 565nm, 450nm	人眼估读	Edlen 公式法	19.80 ~ 20.00
304 所	柯氏干涉仪 (100mm 一等量块激光干涉 仪)	氦灯, 646nm, 587nm, 565nm, 450nm	人眼估读 (摄像机接收条纹 信号, 相移法计算机 自动计算)	Edlen 公式法	19.80 ~ 20.20

附录 2 未公布的结果

主导实验室对 2 块比对量块进行了温度线膨胀系数测量，其结果在此列出。

标称长度 mm	编号	线膨胀系数测量结果 (10^{-6}K^{-1})	测量结果的标准不确定度 (10^{-6}K^{-1})
90	69882	12.33	0.06
100	69683	12.00	0.06

本次比对主导实验室要求在比对首尾各测量一次，首次测量结果参加比对，末次测量结果作为参考在此列出。计量院还使用接触式量块激光测长仪进行了测量，其结果在此列出供参考。304 所使用 100mm 一等量块激光干涉仪只测量了 7 块量块，由于数据不完整，没有相应资料，所以不作为比对结果，只在此列出。作为参考的数据

标称长度 (mm)	计量院	计量院接触	304 所
0.5	-0.017	-0.013	-0.022
1	+0.031	+0.025	+0.043
1.01	-0.067	-0.070	-0.058
6	+0.047	+0.036	+0.060
7	+0.012	+0.036	-0.010
8	+0.004	+0.003	+0.029
15	+0.064	+0.065	+0.056
80	+0.132	+0.132	
90	+0.204	+0.177	
100	+0.045	+0.051	

附录 3 参考值的评估

对于比对结果的参考值可以根据两种方法计算，即算术平均值和加权平均值。主导实验室的两个结果只能以首次为准，末次测量结果与首次测量结果有相关性，不能参加参考值计算。

附 3.1 算术平均参考值

算术平均参考值 x_{ref} 由所有结果 x_i 的算术平均值计算得到。

$$x_{\text{ref}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (\text{A1})$$

算术平均参考值不考虑每个结果的不确定度。因此，个别偏差比较大的数据，甚至可能该剔除的数据，也要参加计算并对参考值影响很大。

算术平均参考值的标准不确定度 $u(x_{\text{ref}})$ 既可以应用误差传播法则得到，即由所有结果的不确定度 $u(x_i)$ 通过式 (A2a) 得到，也可以通过结果的分散性得到，即对参考值的标准偏差除以单位数 n 的平方根，如式(A2b)。

$$u(x_{ref}) = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n u^2(x_i)} = \frac{u_{rms}}{\sqrt{n}} \quad (A2a)$$

$$u(x_{ref}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - x_{ref})^2} \quad (A2b)$$

附 3.2 加权平均参考值

加权平均参考值 x_{ref} 由所有测量结果 x_i 通过其标准不确定度 $u(x_i)$ 的倒数的平方加权后计算平均值得到。

$$x_{ref} = \frac{\sum_{i=1}^n u^{-2}(x_i) \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n u^{-2}(x_i)} \quad (A3)$$

加权平均参考值需要参加比对单位提供各自依据规范进行评估的不确定度。这样, 如果一个偏差较大的结果数据其测量不确定度被低估就会影响甚至决定参考值的大小, 相反, 一个高质量的结果数据如果其不确定度被高估则其对参考值的影响就很小。

加权平均参考值的标准不确定度 $u(x_{ref})$ 既可以应用各个单位提供的不确定度合成, 按式(A4a)计算得到, 也可以通过结果的分散性得到, 用式(A4b)计算。

$$u(x_{ref}) = \left(\sum_{i=1}^n u^{-2}(x_i) \right)^{-1/2} \quad (A4a)$$

$$u(x_{ref}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n u^{-2}(x_i) (x_i - x_{ref})^2}{(n-1) \sum_{i=1}^n u^{-2}(x_i)}} \quad (A4b)$$

加权平均参考值计算后, 可以计算其 E_n 值, 对 $E_n > 1$ 的结果不参加加权平均参考值的计算。

$$E_n = \frac{\Delta x}{U_{\Delta x}} = \frac{x_i - x_{ref}}{2\sqrt{u^2(x_i) - u^2(x_{ref})}} \quad (A4c)$$

	计量院	辽宁	湖北	上海	陕西	测试院	304 所
0.5	0.19	1.30	-0.75	-0.41	-0.01	0.18	0.18
1	-0.22	0.89	-0.64	0.47	-0.26	-0.29	0.13
1.01	-0.08	0.70	-0.19	-0.20	0.52	-0.57	-0.07
6	0.00	1.35	-0.90	0.38	0.26	-0.69	-0.45
7	-0.27	0.70	0.10	-0.83	1.31	-0.34	-0.25
8	-0.54	0.53	0.12	-0.25	0.76	-0.69	0.24
15	0.13	0.45	-0.85	0.35	0.95	-0.48	-0.64
80	0.09	-0.81	0.31	0.74	0.07	-0.04	-0.99
90	-0.26	-0.65	-1.20	1.24	0.83	0.54	-0.73
100	0.39	-0.54	-0.01	-0.13	1.28	-0.37	-1.26

附 3.3 测量结果和参考值之差的不确定度

为了计算每个测量结果与参考值之差的不确定度，不能用相应的不确定度 $u(x_i)$ 和 $u(x_{ref})$ 简单的合成。因为 x_i 和 x_{ref} 是相关的，因此，对于与加权平均参考值的差值的扩展不确定度可以用式(A5)计算。

$$U(\Delta x) = 2\sqrt{u^2(x_i) - u^2(x_{ref})} \quad (A5)$$

对于与算术平均参考值的差值的扩展不确定度可以用式(A6)计算。

$$U(\Delta x) = 2\sqrt{\left[1 - \frac{2}{n}\right]u^2(x_i) + \frac{1}{n^2} \sum_{j=1}^n u^2(x_j)} \quad (A6)$$

在所有不确定度 $u(x_i)$ 都相等时，式(A6)等同式(A5)。

附 3.4 不同方法计算的参考值的比较

下面我们计算两种平均参考值及其差，并根据式(A2a)和(A4a)计算两种参考值的不确定度，其差值的不确定度由二者合成。计算结果见下表：单位 nm

标称长度	算术平均参考值 A 及其标准不确定度	加权平均参考值 W 及其标准不确定度	差(A-W) 及其标准不确定度
0.5	-7.6±4.4	-11.7±3.3	4.1±5.5
1	41.4±4.4	41.0±3.3	0.4±5.5
1.01	-63.7±4.4	-63.9±3.3	0.2±5.5
6	47.0±4.4	48.1±3.4	-1.1±5.5
7	23.0±4.4	20.8±3.4	2.2±5.5
8	19.3±4.4	18.6±3.4	0.7±5.6
15	64.9±4.5	66.1±3.5	-1.2±5.7
80	131.1±6.9	138.0±5.9	-6.9±9.1
90	189.6±7.3	191.9±6.4	-2.3±9.7
100	48.9±8.0	57.4±6.9	-8.5±10.6

附录 4 与参考值的偏差的比对

下面计算所有测量结果分别与算术平均参考值和加权算术平均参考值的差及其扩展测量不确定度 $U(\Delta x)$ ，结果见下面的表 A4a 和 A4b。单位：nm。

表 A4a 与算术平均参考值的差及其扩展测量不确定度 $U(\Delta x)$

	计量院	辽宁	湖北	上海	陕西	测试院	304 所
0.5	-1.4±15.7	23.6±20.8	-12.4±14.0	-8.4±13.6	-4.4±22.1	1.6±28.7	1.6±28.4
1	-3.4±15.7	18.6±20.8	-7.4±14.0	4.6±13.6	-6.4±22.1	-9.4±28.7	3.6±28.4
1.01	-1.3±15.7	14.7±20.8	-2.3±14.0	-2.3±13.5	11.7±22.1	-18.3±28.7	-2.3±28.4
6	1.0±15.8	30.0±20.8	-9.0±14.1	5.0±13.6	7.0±22.1	-21.0±28.9	-13.0±28.4
7	-6.0±15.8	13.0±21.0	-1.0±14.1	-11.0±13.8	28.0±22.1	-13.0±29.2	-10.0±28.4
8	-8.3±15.9	10.7±21.0	0.7±14.2	-3.3±13.8	16.7±22.1	-23.3±29.6	6.7±28.4
15	3.1±16.2	11.1±21.6	-8.9±14.7	5.1±14.2	23.1±22.2	-14.9±30.4	-18.9±28.5
80	8.9±24.8	-23.1±35.6	14.9±27.6	22.9±25.0	8.9±30.4	4.9±45.9	-37.1±41.3
90	-3.6±26.5	-23.6±38.4	-31.6±30.0	31.4±26.9	28.4±32.2	30.4±47.3	-31.6±43.1
100	18.1±28.6	-14.9±41.5	8.1±32.8	5.1±29.4	51.1±34.3	-12.9±53.0	-54.9±46.7

红色表示测量结果的数值偏差大或其不确定度值估计偏小。下表也是同样表示。

表 A4b 与加权平均参考值的差及其扩展测量不确定度 $U(\Delta x)$

	计量院	辽宁	湖北	上海	陕西	测试院	304 所
0.5	5.5±14.0	30.5±21.4	-5.5±11.1	-1.5±10.4	2.5±23.0	8.5±31.7	8.5±31.3
1	-3.0±14.0	19.0±21.4	-7.0±11.1	5.0±10.4	-6.0±23.0	-9.0±31.7	4.0±31.3
1.01	-1.1±14.0	14.9±21.4	-2.1±11.1	-2.1±10.4	11.9±23.0	-18.1±31.7	-2.1±31.3
6	2.8±14.1	31.8±21.4	-7.2±11.2	6.8±10.4	8.8±23.0	-19.2±31.9	-11.2±31.3
7	-1.2±14.1	17.8±21.6	3.8±11.2	-6.2±10.6	32.8±23.0	-8.2±32.3	-5.2±31.3
8	-7.6±14.1	11.4±21.6	1.4±11.3	-2.6±10.6	17.4±23.0	-22.6±32.7	7.4±31.3
15	1.9±14.3	9.9±22.1	-10.1±11.9	3.9±11.0	21.9±23.0	-16.1±33.7	-20.1±31.2
80	2.0±21.3	-30.0±36.9	8.0±25.6	16.0±21.5	2.0±29.7	-2.0±50.4	-44.0±44.4
90	-4.4±22.9	-24.4±40.0	-32.4±28.3	30.6±23.5	27.6±31.5	29.6±51.6	-32.4±46.3
100	11.9±24.5	-21.1±43.2	1.9±31.0	-1.1±25.7	44.9±33.2	-19.1±58.2	-61.1±50.1